
Test 3 – Sujet A

Résoudre **les deux** exercices suivants.

Exercice 1 (Géométrie dans l'espace)

- (i) Déterminer l'équation cartésienne du plan π passant par les points $A = (-1, 0, 2)$, $B = (2, 1, -1)$ et $C = (0, -2, 1)$ et en indiquer un vecteur orthogonal.
- (ii) Calculer la distance du point $P = (3, 0, 1)$ au plan π .
- (iii) Décrire la quadrique suivante (préciser son centre) :

$$(x - 1)^2 + 4y^2 + z^2 = 4$$

Exercice 2 (Fonctions)

Soit f la fonction réelle donnée par

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow \ln(2x) + 1 \end{aligned}$$

- (i) Dessiner le graphe de f . Déterminer le domaine de définition et l'image de f . Indiquer si f est (strictement) croissante ou décroissante et dans quel intervalle.
- (ii) Soit g la fonction donnée par $g(y) = \cos y - 1/2$ pour $y \in [0, 2\pi]$. Calculer la fonction composée $f(g(y))$ et indiquer son domaine de définition.

Test 3 – Sujet A

NOM et PRÉNOM (lisibles) :

Résolution des exercices

Test 3 – Sujet A

Corrigé du test

Exercice 3 (Géométrie dans l'espace)

(i) On utilise la formule

$$[\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = 0$$

où $P = (x, y, z)$, $\overrightarrow{AB} = (3, 1, -3)$ et $\overrightarrow{AC} = (1, -2, -1)$. L'équation du plan π est donc,

$$x + z - 1 = 0$$

Un vecteur orthogonal est le vecteur $\vec{v} = \vec{i} + \vec{k}$.

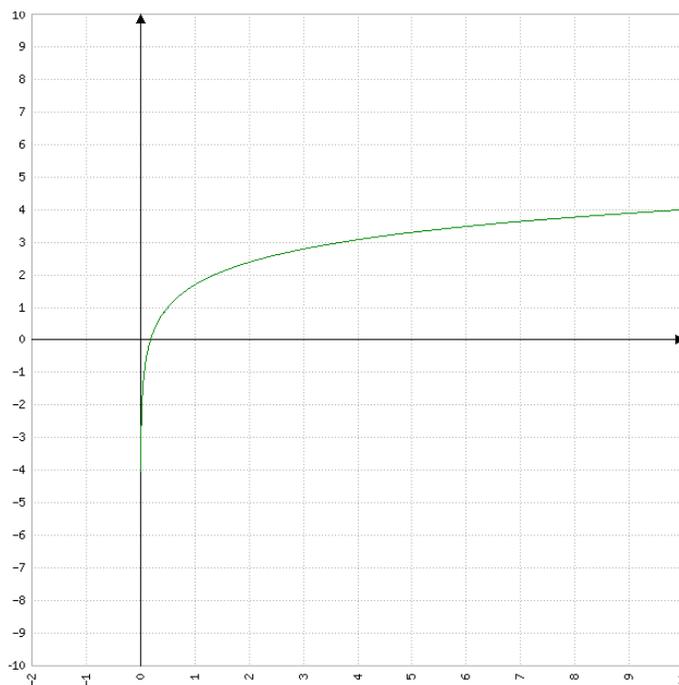
(ii)

$$d(P, \pi) = \frac{|ax_P + by_P + cz_P + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

(iii) Il s'agit d'un ellipsoïde de centre $C = (1, 0, 0)$.

Exercice 4 (Fonctions)

(i) $D_f = \mathbb{R}_+^*$, $I_f = \mathbb{R}$ et f est strictement croissante dans son domaine.



(ii)

$$f(g(y)) = f\left(\cos y - \frac{1}{2}\right) = \ln(2 \cos y - 1) + 1$$

et son domaine est

$$\begin{aligned} D_{f(g)} &= \{y \in [0, 2\pi] \mid 2 \cos y - 1 > 0\} \\ &= \{y \in [0, 2\pi] \mid \cos y > \frac{1}{2}\} \\ &=]0, \frac{\pi}{3}[\cup]\frac{5}{3}\pi, 2\pi[\end{aligned}$$